

# **PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**



## **UJIAN PROFESI AKTUARIS**

MATA UJIAN : A60 Matematika Aktuaria  
TANGGAL : 28 November 2018  
JAM : 09.00 – 12.00  
LAMA UJIAN : 180 Menit  
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

**2018**

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**TATA TERTIB UJIAN**

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi. **Komisi Ujian dan Kurikulum mempunyai hak untuk melarang Kandidat yang didiskualifikasi untuk mengikuti ujian di periode berikutnya.**
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL**

**Ujian Pilihan Ganda**

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

**Ujian Soal Essay**

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

**KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI**

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id.**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.



1. Diketahui

| $k$ | $\ddot{a}_{\overline{k} }$ | ${}_{k-1} q_x$ |
|-----|----------------------------|----------------|
| 1   | 1,00                       | 0,33           |
| 2   | 1,93                       | 0,24           |
| 3   | 2,80                       | 0,16           |
| 4   | 3,62                       | 0,11           |

Tentukan nilai  $\ddot{a}_{x:\overline{4}|}$ !

- a. 2,22
- b. 4,44
- c. 6,67
- d. 8,89
- e. 11,11

2. Suatu rumah sakit mengkategorikan pasien dalam 3 kategori, Sakit (S), Kritis (K), dan Meninggal (M). Transisi dari satu kategori ke kategori lainnya untuk setiap pasien terjadi sekali setiap hari mengikuti matriks berikut:

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} S & K & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} S \\ K \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,0 & 0,0 & 1,0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Tentukan probabilitas seorang pasien yang dikategorikan sakit pada hari pertama di rumah sakit akan dikategorikan sakit kembali pada hari yang ke-4.

- a. 0,10
- b. 0,15
- c. 0,20
- d. 0,25
- e. 0,30

3. Diketahui  $l_x = 2.500(64 - 0,8x)^{\frac{1}{3}}, 0 \leq x \leq 80$ . Tentukanlah angka yang paling dekat untuk  $Var[X] - (E[X])^2$ .

- a. 60
- b. 514
- c. 3.600
- d. 4.114
- e. 7.714

4. Mary saat ini berumur 30 tahun dan memiliki *force of mortality* yang konstan sebesar 0,04, sedangkan Jane saat ini berumur 40 tahun dan memiliki *force of mortality* yang konstan sebesar 0,03. Berapa besar probabilitas Jane akan meninggal sebelum Mary?

- a.  $\frac{3}{4}$
- b.  $\frac{4}{7}$
- c.  $\frac{1}{2}$
- d.  $\frac{3}{7}$
- e.  $\frac{7}{40}$

5. Terdapat 2 *decrement* untuk karir seorang aktuaris yang berumur 50 tahun, yaitu *decrement* pertama mortalita dan *decrement* kedua adalah pensiun. *Decrement* 1 mengikuti *uniform survival distribution* dengan  $\omega = 75$ , sedangkan *decrement* 2 memiliki  $\mu_y^{(2)} = 0,075$  untuk  $y \geq 50$ . Tentukan probabilitas aktuaris tersebut tetap pada pekerjaannya paling tidak selama 5 tahun namun kurang dari 7 tahun.

- a. 0,102
- b. 0,124
- c. 0,146
- d. 0,172
- e. 0,200

6. Budi yang berumur 55 tahun memiliki sebuah asuransi seumur hidup diskrit sebesar 1 miliar rupiah dengan premi benefit sebesar 24.453.000 rupiah. Selama 3 tahun periode seleksi, untuk  $k = 0,1,2$ , diketahui,  $q_{[x]+k} = (0,7 + 0,1k)q_{x+k}$ .

Diketahui juga:

$$1.000q_{55}=8,96 \quad 1.000q_{56} = 9,75 \quad 1.000q_{57}=10,62 \quad i = 0,06$$

Tentukanlah nilai  ${}_1V$  (dalam jutaan rupiah)!

- a. 11,0
- b. 13,2
- c. 15,4
- d. 17,6
- e. 19,8

7. Perhatikan *select survival* distribution berikut:

$$S_T(t; x) = \left(1 - \frac{t}{40-x}\right), 0 \leq x < 40 \text{ dan } 0 < t < 40 - x.$$

Jika  ${}_4p_{[30]} = a$  dan  ${}_0e_{[30]} = b$ .

Berapakah nilai  $ab$  ( $a$  dikali  $b$ )?

- 1
  - 3
  - 5
  - 7
  - 9
8.  $(x)$  dan  $(y)$  memiliki *future lifetime* yang saling bebas. Sebuah kontrak asuransi akan membayar sebesar  $b$  pada akhir tahun kematian  $(x)$  atau  $(y)$ , yang mana yang paling akhir. Selama  $(x)$  dan  $(y)$  masih hidup, premi netto asuransi tersebut adalah sebesar 110 dan akan dibayarkan setiap awal tahun. Sedangkan setelah salah satu dari  $(x)$  atau  $(y)$  meninggal, preminya menjadi 40 per tahun.

Diketahui

$$A_{xy} = 0,8 \quad \ddot{a}_x = 8 \quad \ddot{a}_y = 7 \quad d = 0,05$$

Berapakah  $b$  ?

- 1.000
  - 1.200
  - 1.400
  - 1.600
  - 1.800
9. Perhatikan fungsi survival berikut:

$$S_0(x) = \left(1 - \frac{x}{60}\right)^{\frac{1}{3}}, 0 \leq x \leq 60.$$

Berapakah  $\mu_{35}$ ?

- 0,0201
- 0,0167
- 0,0133
- 0,0067
- 0,0023

10. Hadi (28) memiliki sebuah asuransi endowment 3 tahun diskrit dengan nilai 500 juta rupiah. Diketahui  $i = 0,06$  dan premi netto adalah 166,255 juta rupiah. Juga diketahui sebagian dari table mortalita sebagai berikut:

| $x$ | $l_x$ |
|-----|-------|
| 28  | 1.000 |
| 29  | 900   |
| 30  | 810   |

Berapakah nilai terdekat dalam jutaan rupiah untuk  ${}_1V + {}_2V$ , total dari *net premium* reserve pada tahun pertama dan ke-2?

- 450
  - 300
  - 150
  - 100
  - 50
11. Sebuah asuransi diskrit berjangka 2 tahun diterbitkan untuk  $(x)$  dengan  $i = 0$ .

Diketahui  $q_x = 0,50$  dan  $Var(Z_{x:\overline{2}|}^1) = 0,1771$ . Hitunglah  $q_{x+1}$ !

- 0,54
  - 0,65
  - 0,76
  - 0,87
  - 0,98
12. Apabila setiap *decrement* berdistribusi seragam untuk setiap tahun usia dalam tabel *double decrement* berikut:

| Umur | $l_x^{(\tau)}$ | $d_x^{(1)}$ | $d_x^{(2)}$ |
|------|----------------|-------------|-------------|
| 40   | 1000           | 60          | 55          |
| 41   |                |             | 70          |
| 42   | 750            |             |             |

Tentukanlah  $q'_{41}^{(1)}$ !

- 0,077
- 0,079
- 0,081
- 0,083
- 0,085

13. Sebuah anuitas dibayar di muka seumur hidup dengan 5 tahun pembayaran pasti diterbitkan untuk (55) dengan manfaat tahunan sebesar 1. Diketahui  $l_x = 100 - x$  untuk  $0 \leq x \leq 100$  dan  $i = 0.05$ . Diketahui  $\ddot{a}_{60} = 11,9915$ .

Jika **A** adalah hasil penjumlahan pembayaran anuitas tanpa didiskon, dan

**B** adalah *expected present value* pada saat anuitas diterbitkan,

Berapakah probabilitas **A** akan melebihi **B** ?

- a. 0,37
- b. 0,46
- c. 0,55
- d. 0,64
- e. 0,73

14. Diketahui  $l_{20} = 80$ ,  $l_{21} = 76$ , dan  $l_{22} = 71$ . Dengan mengasumsikan distribusi seragam untuk umur yang tidak bulat, tentukanlah nilai  ${}_{0,8}q_{20,3}$ !

- a. 0,02
- b. 0,04
- c. 0,06
- d. 0,08
- e. 0,10

15. Seseorang yang berumur 45 tahun, membeli sebuah produk asuransi seumur bernilai 1,000 dengan premi netto  $P_k$  untuk tahun ke- $k$  sebesar:

$$P_k = \begin{cases} c, & k = 1, 2, \dots, 20 \\ c + w, & k = 21, 22, \dots \end{cases}$$

Jika *net premium reserve* pada akhir tahun ke-20 ( ${}_{20}V$ ) adalah 0 dan diketahui

$$i = 0,06 \quad A_{45} = 0,2012 \quad A_{65} = 0,4398 \quad {}_{20|}A_{45} = 0,1127$$

Berapakah  $w$  ?

- a. 28,0
- b. 30,2
- c. 32,4
- d. 34,6
- e. 36,8



16. Anuitas pasti dan berkelanjutan  $n$  tahun akan memberikan pembayaran yang pasti untuk  $n$  tahun pertama dan pembayaran selanjutnya akan dibayarkan jika tertanggung masih hidup. Seorang pemenang kuis berumur 40 tahun berhak untuk mendapatkan pembayaran sebesar  $P$  setiap awal tahun selama 10 tahun secara pasti, dan selanjutnya selama ia masih hidup sebagai ganti dari menerima uang hadiah sebesar 50 miliar rupiah secara langsung.

Tentukan nilai pembayaran  $P$  dalam miliar rupiah, jika diketahui

$$A_{40} = 0,3 \quad A_{50} = 0,35 \quad A_{40:\overline{10}|}^1 = 0,09 \quad i = 0,04.$$

- 2,24
- 2,36
- 2,47
- 2,58
- 2,69

17. Tentukan  ${}_{20}V_{45}$  jika diketahui:

$$P_{45} = 0,014 \quad P_{45:\overline{20}|} = 0,03 \quad P_{45:\overline{20}|}^{\frac{1}{i}} = 0,022$$

- 0,21
- 0,23
- 0,25
- 0,27
- 0,29

18.  $L$  adalah *present value* dari *loss random variable* untuk sebuah asuransi seumur hidup *fully continuous* dengan premi kontinu yang ditetapkan dengan prinsip ekivalen.

Jika diketahui  $\frac{\text{Var}(\bar{Z}_x)}{\text{Var}(L)} = 0,36$  dan  $\bar{a}_x = 10$ , tentukanlah  $\bar{P}(\bar{A})$ !

- 0,01
- 0,02
- 0,03
- 0,04
- 0,05

19. Diketahui:

| $x$   | 70  | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 |
|-------|-----|----|----|----|----|----|----|
| $l_x$ | 100 | 90 | 70 | 50 | 40 | 20 | 0  |

Tingkat suku bunga efektif adalah 8% per tahun.

Dengan mengasumsikan UDD, tentukanlah  $\bar{A}_{70:\overline{3}|}$ !

- a. 0,836
- b. 0,612
- c. 0,448
- d. 0,250
- e. 0,061

20. Sepasang suami istri yang berumur 65 tahun dengan *future lifetime* yang saling bebas dapat memilih salah satu dari 2 opsi asuransi yang memiliki *actuarial present value* yang sama, yaitu:

- A. Anuitas hidup sebesar  $F$  setiap tahunnya yang dibayarkan di awal tahun selama paling tidak salah satu dari pasangan suami istri tersebut hidup.
- B. Pembayaran langsung sebesar 100.000 jika keduanya tetap hidup dalam 5 tahun ke depan.

Diketahui  $i = 0.06$ , dan diberikan informasi dalam table sebagai berikut:

| $x$ | $l_x$     | $\ddot{a}_x$ | $\ddot{a}_{x:x}$ | ${}_5E_x$ |
|-----|-----------|--------------|------------------|-----------|
| 65  | 7.533.964 | 9,8969       | 7,8552           | 0,6562    |
| 70  | 6.616.155 | 8,5693       | 6,5247           | 0,6095    |

Berapakah nilai  $F$  ?

- a. 4.830
- b. 5.645
- c. 6.460
- d. 7.375
- e. 8.290

21. *Present value random variable* untuk satu polis asuransi milik ( $x$ ) dapat dinyatakan sebagai:

$$Z = \begin{cases} 0, & T_x \leq 10 \\ v^{T_x}, & 10 < T_x \leq 20 \\ 2v^{T_x}, & 20 < T_x \leq 30 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Dari pilihan-pilihan berikut, manakah ekspresi yang tepat untuk menggambarkan  $E[Z]$ ?

- ${}_{10}E_x[\bar{A}_{x+10} + {}_{10}E_{x+10}\bar{A}_{x+20} - {}_{10}E_{x+20}\bar{A}_{x+30}]$
- ${}_{10}E_x\bar{A}_{x+10} + {}_{20}E_x\bar{A}_{x+20} - 2{}_{30}E_x\bar{A}_{x+30}$
- ${}_{10}E_x\bar{A}_x + {}_{20}E_x\bar{A}_{x+20} - 2{}_{30}E_x\bar{A}_{x+30}$
- $\bar{A}_x + {}_{20}E_x\bar{A}_{x+20} - 2{}_{30}E_x\bar{A}_{x+30}$
- ${}_{10}|\bar{A}_x + {}_{20}|\bar{A}_x - {}_{30}|\bar{A}_x$

22. Sebuah asuransi diskrit berjangka 2 tahun milik ( $x$ ) memiliki manfaat kematian sebesar 100,000 di tahun pertama. Baik manfaat maupun premi asuransi tersebut diketahui naik sebesar 1% di tahun ke-2. Jika

$$q_x = 0,01 \quad q_{x+1} = 0,02 \quad i = 0,05$$

Tentukanlah premi netto tahunan untuk tahun pertama!

- 1.410
- 1.417
- 1.424
- 1.431
- 1.438

23. Karen ( $30$ ) membeli asuransi diskrit seumur hidup dengan pembayaran premi 10 tahun sebesar  $P$  setiap tahunnya. Asuransi tersebut memiliki manfaat kematian sebesar 1.000 ditambah dengan pengembalian premi neto yang sudah dibayarkan tanpa bunga.

Jika diketahui

$$A_{30} = 0,102 \quad {}_{10}A_{30} = 0,088 \quad (IA)_{30:\overline{10}|}^1 = 0,078 \quad \ddot{a}_{30:\overline{10}|} = 7,747,$$

Berapakah  $P$  ?

- 18
- 17
- 16
- 15
- 14

24. A dan B, keduanya berumur 45 tahun dengan sisa umur di masa yang akan datang saling bebas, memiliki polis asuransi dengan ketentuan seperti berikut:

1. Premi dibayarkan secara tahunan pada awal tahun sepanjang A dan B masih hidup
2. Manfaat sebesar 60.000 per tahun akan dibayarkan di awal tahun selama hanya B hidup
3. Manfaat sebesar 3 kali premi netto akan dibayarkan di awal tahun selama hanya A hidup
4.  $i = 0,06$        $\ddot{a}_{45} = 14,1121$        $\ddot{a}_{45:45} = 12,6994$

Tentukan premi netto untuk polis tersebut.

- a. 5.509
- b. 7.523
- c. 10.018
- d. 12.540
- e. 15.371

25. Untuk sebuah polis asuransi, diketahui:

$$A_{49} = 0,2922 \quad {}^2A_{49} = 0,1172 \quad \text{Var}(L_{49}) = 0,1 \quad i = 0,05$$

Jika penentuan premi untuk polis asuransi tersebut tidak menggunakan prinsip ekivalen, berapakah  $E[L_{49}]$ ?

- a. 0,50
- b. 0,25
- c. 0
- d. -0,25
- e. -0,50

26. Diketahui:

- i.  $\mu_{x+t} = c, t \geq 0$
- ii.  $\delta = 0,08$
- iii.  $\bar{A}_x = 0,3443$
- iv.  $T_x$  adalah *random variable* untuk *future lifetime* ( $x$ )

Tentukanlah  $\text{Var}(\bar{a}_{\overline{T_x}|})$ !

- a. 12
- b. 14
- c. 16
- d. 18
- e. 20



27. ( $x$ ) memiliki tiga produk asuransi yang sepenuhnya diskrit.

1. Asuransi berjangka 20 tahun dengan uang pertanggungan sebesar 50
2. Asuransi seumur hidup yang ditunda 20 tahun dengan dengan uang pertanggungan sebesar 100
3. Asuransi seumur hidup dengan uang pertanggungan sebesar 100

$Z_i$  adalah *present value random variable* untuk asuransi-asuransi di atas, dengan  $i = 1, 2, 3$ .

Diketahui,

| $i$ | $E[Z_i]$ | $Var(Z_i)$ |
|-----|----------|------------|
| 1   | 1,65     | 46,75      |
| 2   | 10,75    | 50,78      |
| 3   |          |            |

Berapakah  $Var(Z_3)$  ?

- a. 113
- b. 133
- c. 167
- d. 233
- e. 267

28. Diketahui *future lifetime* dari (40) dan (50) saling bebas.

Fungsi survival dari (40) memiliki  $\mu$  yang konstan sebesar 0,05.

Sedangkan fungsi survival dari (50) mengikuti  $l_x = 100(110 - x)$ , untuk  $0 \leq x \leq 110$ .

Tentukan probabilitas (50) meninggal dalam 10 tahun dan meninggal sebelum (40) meninggal.

- a. 0,1615
- b. 0,1514
- c. 0,1413
- d. 0,1312
- e. 0,1211

29. Diberikan informasi sebagai berikut:

| $x$ | $l_x$ | $d_x$ | $p_x$ | $q_x$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 95  |       |       |       | 0,4   |
| 96  |       |       | 0,2   |       |
| 97  |       | 72    |       | 1,0   |

Jika diketahui  $l_{90} = 1.000$ ,  $l_{93} = 825$ , dan kematian berdistribusi seragam untuk setiap usia, berapakah probabilitas (90) meninggal antara usia 93 dan 95,5?

- 0,123
- 0,234
- 0,345
- 0,456
- 0,567

30. (x) memiliki sebuah polis asuransi seumur hidup yang kontinu dengan manfaat sebagai berikut:

- Manfaat kematian sebesar 10.000 pada saat meninggal
- Santunan sebesar 100 setiap tahunnya akan dibayarkan selama 10 tahun apabila cacat, dimulai pada saat cacat tersebut.
- Tidak ada manfaat yang akan dibayarkan apabila mundur dari polis.

Premi untuk polis tersebut dibayarkan secara kontinu selama polis masih aktif.

Diketahui hanya 3 *decrement* yang mempengaruhi status polis tersebut: kematian, cacat, dan mundur sukarela. Diketahui

$$\mu_{x+t}^{(mati)} = 0,03 \quad \mu_{x+t}^{(cacat)} = 0,06 \quad \mu_{x+t}^{(mundur)} = 0,08 \quad \delta = 0,06.$$

Tentukanlah premi bersih tahunan yang dibayarkan secara kontinu tersebut!

- 123,45
- 234,51
- 345,12
- 432,15
- 543,21