

# **PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**



## **UJIAN PROFESI AKTUARIS**

|             |   |                         |
|-------------|---|-------------------------|
| MATA UJIAN  | : | A50 – Metode Statistika |
| TANGGAL     | : | 28 November 2018        |
| JAM         | : | 13:30 – 16:30           |
| LAMA UJIAN  | : | 180 Menit               |
| SIFAT UJIAN | : | Tutup Buku              |

## **2018**

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**TATA TERTIB UJIAN**

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi. **Komisi Ujian dan Kurikulum mempunyai hak untuk melarang Kandidat yang didiskualifikasi untuk mengikuti ujian di periode berikutnya.**
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL**

**Ujian Pilihan Ganda**

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

**Ujian Soal Esay**

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

**KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI**

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id.**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Diketahui suatu proses *moving average order 2*, MA(2)

$$y_t = 3 + \varepsilon_t - 0,2\varepsilon_{t-1} - 0,5\varepsilon_{t-2}$$

Tentukanlah  $\rho_1$  dan  $\rho_2$

- A. -0,0365 dan -0,250
  - B. -0,0665 dan -0,275
  - C. -0,0665 dan -0,355
  - D. -0,0775 dan -0,355
  - E. -0,0775 dan -0,388
2. Sebuah regresi linier dengan tiga variabel bebas dan satu konstan digunakan untuk mencocokkan suatu deret dengan 100 pengamatan, diketahui bahwa:

$$\sum_{t=2}^{100} (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2 = 100$$

$$\sum_{t=1}^{100} \hat{\varepsilon}_t^2 = 81$$

Diberikan tabel Durbin-Watson Test

| N   | $k = 1$ |       | $k = 2$ |       | $k = 3$ |       | $k = 4$ |       |
|-----|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|
|     | $d_L$   | $d_U$ | $d_L$   | $d_U$ | $d_L$   | $d_U$ | $d_L$   | $d_U$ |
| 100 | 1,65    | 1,69  | 1,63    | 1,72  | 1,61    | 1,74  | 1,59    | 1,76  |

$d_L$ : batas bawah dari *critical value*

$d_U$ : batas atas dari *critical value*

Apa keputusan yang cocok pada uji Durbin-Watson tersebut?

- A. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang positif
- B. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang negatif
- C. *Residuals* tidak memiliki *serial correlation*
- D. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang tak-negatif
- E. Hasil uji tidak dapat disimpulkan

3. Dalam sebuah studi regresi dua peubah acak dihasilkan

i)  $\hat{\beta} = 0,2$

ii)  $s_{\hat{\beta}} = 0,095$ , yaitu *standard error* dari  $\hat{\beta}$

Tentukanlah nilai statistik  $t$  beserta keputusan yang diambil dari sebuah uji untuk  $H_0: \beta = 0$  dan  $H_1: \beta \neq 0$  dengan *confidence interval* 95% (diketahui, nilai kritis (*critical value*) untuk 95% *confidence interval* adalah 1,96 )

- A.  $t=1,5$  dan oleh karena itu tolak hipotestis nol.
- B.  $t=1,5$  dan oleh karena itu terima hipotestis nol.
- C.  $t=1,8$  dan oleh karena itu tolak hipotestis nol.
- D.  $t=2,1$  dan oleh karena itu terima hipotestis nol.
- E.  $t=2,1$  dan oleh karena itu tolak hipotesis nol.

4. Diberikan *forecast error* 3 langkah ke depan berdasarkan ARIMA model

$$e_T(3) = 0,34\varepsilon_{T+3} + 0,26\varepsilon_{T+2} - 0,55\varepsilon_{T+1}$$

Diketahui pula, *variance* dari *forecast error* adalah 0,89

Hitunglah *variance* dari *error*,  $\sigma_{\varepsilon}^2$ .

- A. 0,89
- B. 1,10
- C. 1,83
- D. 2,15
- E. 2,50

5. Pada sebuah analisis regresi,  $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ , dari 49 pengamatan diketahui bahwa rata-rata dari sample  $x$  adalah 1.182,4 dengan standar deviasi 226, sedangkan rata-rata dari sampel  $y$  adalah 49,6 dengan standar deviasi 7,1. Korelasi sampel antara  $x$  dan  $y$  adalah 0,673.

Dengan menggunakan informasi di atas hitunglah persamaan regresi nya:

- A.  $y = 24,7 + 0,0211x$
- B.  $y = 0.0211 + 24,7x$
- C.  $y = -25.371,8 + 21,5x$
- D.  $y = 21,5 - 25.371,8x$
- E.  $y = 25.471 + 21,5x$

6. Dari soal nomor 5, misalnya ada pengamatan yang ke 50 dimasukkan dalam data. Yang mana dari kemungkinan berikut untuk pengamatan yang 50 tersebut yang akan mengubah persamaan regresi paling signifikan?
- A.  $x = 900, y = 45$
  - B.  $x = 1200, y = 40$
  - C.  $x = 1200, y = 60$
  - D.  $x = 2400, y = 75$
  - E.  $x = 2400, y = 25$
7. Jika *error terms* merupakan *heteroscedastic*, estimasi OLS (*ordinary least squares*) dari parameter persamaan regresi akan menjadi?
- A. Bias namun konsisten
  - B. Tak-bias, efisien, namun tidak konsisten
  - C. Tak-bias dan efisien
  - D. Tak-bias, konsisten, namun tidak efisien
  - E. Tak-bias, Efisien dan konsisten.
8. Dari soal nomor 5, berapakah derajat kebebasan (*degree of freedom*) untuk *error*:
- A. 1
  - B. 2
  - C. 47
  - D. 48
  - E. 49

9. Diberikan data tingkat suku bunga pada sebuah instrumen sebagai berikut:

| Waktu (t) | $y_t$ |
|-----------|-------|
| 1         | 10%   |
| 2         | 7%    |
| 3         | 8%    |

Dengan menggunakan metode *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) dimana  $\alpha = 0,9$ , hitunglah  $\hat{y}_4$ .

- A. 0,0700
- B. 0,0751
- C. 0,0792
- D. 0,0800
- E. 0,0833

10. Diketahui sebuah proses stokastik, *autoregressive process first order*, AR(1):

$$y_t = 0,9y_{t-1} + 0,8 + \varepsilon_t$$

Dimana *forecast* untuk 6 periode merupakan

$$\hat{y}_T(6) = 0,9y_t + Z$$

Tentukanlah Z.

- A. 2,50
- B. 3,75
- C. 3,95
- D. 4,10
- E. 5,20

11. Diketahui sebuah proses *autoregressive moving average*

$$y_t = 0,5y_{t-1} + 0,7 + \varepsilon_t - 0,2\varepsilon_{t-1}$$

Hitunglah *forecast l*-periode dimana  $l$  merupakan bilangan yang sangat besar (mendekati tak-hingga)

- A. 1,4
- B. 1,7
- C. 2,1
- D. 2,5
- E. 3,0

12. Dalam sebuah regresi model diberikan

Untuk *restricted model*:

$$ESS_R = 35$$

$$TSS_R = 60$$

Untuk *unrestricted model*:

$$ESS_{UR} = 85$$

$$TSS_{UR} = 90$$

Hitunglah Statistik  $F_{1,97}$

- A. 15
- B. 66
- C. 123
- D. 194
- E. Statistik tersebut tak dapat dihitung

13. Diberikan proses MA(3) dibawah ini

$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \theta_3 \varepsilon_{t-3}$ , dimana  $\sigma_t$  merupakan sebuah *white noise process* dengan nilai rata-rata nol dan *variance*  $\sigma^2$ .

Yang manakah pernyataan di bawah yang benar?

- i) Proses  $y_t$  memiliki nilai rata-rata nol
- ii) Fungsi *autocorrelation* akan memiliki nilai 0 (nol) pada *lag* 5
- iii) Proses  $y_t$  memiliki *variance*  $\sigma^2$
- iv) Fungsi *autocorrelation* akan memiliki nilai 1 (satu) pada *lag* 0

- A. i) dan iii) saja
- B. ii) saja
- C. ii) dan iv) saja
- D. i),ii) dan iii) saja
- E. i),ii), iii) dan iv)



14. Diberikan

$$\lambda_X(x) = k, x > 0$$

Tentukanlah  $m_a$ , tingkat kematian *central* dalam interval  $(a, a + 1)$

- A.  $k$
- B.  $\frac{k}{2}$
- C.  $\frac{k}{2a}$
- D.  $\frac{2k}{2a+1}$
- E.  $0$

15. Diketahui  $X_1$  dan  $X_2$  merupakan peubah acak bebas, didefinisikan bahwa:

Apabila  $Y = \text{Min}(X_1, X_2)$  ,  $Z = \text{Max}(X_1, X_2)$

Maka:

- I. Fungsi Sebaran Survival (*Survival Distribution Function*) dari  $Y$ ,  $S(y)$ , merupakan perkalian dari fungsi sebaran survival  $X_1$  dan fungsi sebaran survival  $X_2$
- II. Fungsi Sebaran Kumulatif (*Cumulative Distribution Function*) dari  $Z$ ,  $F(z)$ , merupakan perkalian dari fungsi sebaran kumulatif  $X_1$  dan fungsi sebaran kumulatif  $X_2$
- III. Apabila  $X_1$  dan  $X_2$  menyebar eksponensial maka  $Z$  menyebar eksponensial namun  $Y$  tidak.

Yang manakah pernyataan di atas yang benar?

- A. I saja
- B. I dan II saja
- C. I dan III saja
- D. II dan III saja
- E. I, II, dan III benar

16. Yang manakah dari pernyataan di bawah yang benar pada asumsi linier untuk  $l_{x+t}$  dimana  $0 < t < 1$ ?

- 1)  ${}_{0,5}q_x < {}_{0,5}q_{x+0,5}$
- 2)  ${}_tq_x = {}_{1-t}p_x \cdot {}_tq_{x+1-t}$
- 3)  $\mu_{x+t} < {}_tq_x$

- A. 1 dan 2 saja
- B. 1 dan 3 saja
- C. 2 dan 3 saja
- D. 2 saja
- E. 1,2, dan 3

17. Diberikan informasi

$$l_x = 10.000, L_{x+1} = 8.000, q_{x+1} = 0,25$$
$$l_{x+1} = 8.100, L_{x+2} = 6.000, m_{x+2} = 0,3645$$

Tentukanlah  ${}_2p_{x+0,5}$  dengan menggunakan metode eksponensial (*constant force*)

- A. 0,44
- B. 0,46
- C. 0,54
- D. 0,56
- E. 0,64

18. Misalkan ada 100 pengamatan dan diketahui

$$Var[\hat{S}(t)] = 0,00056, Var[\hat{S}(r)] = 0,00040$$

Jika  $S(t) > 2 S(r)$  dan  $t < r$ ,

Tentukanlah  $100Cov[\hat{S}(t), \hat{S}(r)]$

- A. 0,0010
- B. 0,0015
- C. 0,0020
- D. 0,0025
- E. 0,0030

19. Pada sebuah pengamatan *double-decrement*

Jika  $\mu_{70+t}^{(d)}$  dan  $\mu_{70+t}^{(w)}$  adalah konstan pada  $0 < t < 1$ ,

Tentukanlah  $q_{70}^{(d)}$  jika diketahui  $q_{70}'^{(d)} = q_{70}'^{(w)} = 0,20$

- A. 0,170
- B. 0,180
- C. 0,190
- D. 0,195
- E. 0,200

20. Dalam sebuah sampel terdapat 10.000 orang pada usia  $x$ .

- 1) 1000 orang baru masuk pada usia  $x + \frac{1}{4}$
- 2) 2000 meninggal pada interval  $(x, x + 1)$ :

Tentukanlah *moment estimator* dari  $q_x$  dimana kematian menyebar linier (UDD).

- A. 0,186
- B. 0,197
- C. 0,205
- D. 0,220
- E. 0,235

Untuk soal 21-22!

Dalam studi mortalita untuk tahun kalender 2017, ada 240 jiwa yang lahir pada tahun 1986 dan 1987, dimana 10 orang lahir pada tanggal 1 setiap bulannya . Berikut data kematian dan withdrawals

| No | Tanggal lahir   | Tanggal Kejadian | Kejadian   |
|----|-----------------|------------------|------------|
| 1  | 1 Februari 1986 | 1 Maret 2017     | Withdrawal |
| 2  | 1 April 1986    | 1 Maret 2017     | Meninggal  |
| 3  | 1 Juni 1986     | 1 Juli 2017      | Meninggal  |
| 4  | 1 Agustus 1986  | 1 Februari 2017  | Withdrawal |
| 5  | 1 Maret 1987    | 1 Januari 2017   | Meninggal  |

21. Hitunglah  $q_{30}$  dengan perhitungan estimasi aktuarial.

- A. 0,0060
- B. 0,0073
- C. 0,0084
- D. 0,0098
- E. 0,0125

22. Dengan menggunakan usia *nearest birthday*. Hitunglah  $p_{30}$  dengan menggunakan metode *exact exposure* (asumsi konstan *force of mortality*).

- A. 0,951
- B. 0,963
- C. 0,972
- D. 0,986
- E. 0,991

23. Sebuah studi pada interval  $(x, x + 1)$

Diketahui:

$${}_sp_x = 1 - \frac{3}{2}s^2(q_x)^2 \text{ untuk } 0 \leq s \leq 2/3$$

$${}_sp_x = 1 - s(q_x)^2 \text{ untuk } 2/3 < s < 1$$

Jika  $n_x = 300$ , dan 1 kematian terjadi di usia  $x + 0,45$  dan 1 kematian lagi pada usia  $x + 0,85$

Tentukanlah MLE dari  $q_x$

- A. 0,013
- B. 0,018
- C. 0,020
- D. 0,022
- E. 0,024

24. Pada sebuah kota beberapa tahun silam, 5 bangunan sekolah dibangun. Peubah acak untuk waktu konstruksi memiliki sebaran yang sama. Berikut diberikan data kapan dimulai dan selesai untuk setiap bangunan

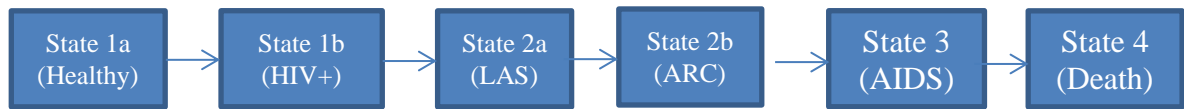
| Bangunan | Mulai dibangun | Selesai dibangun |
|----------|----------------|------------------|
| 1        | 1 Jan 2010     | 1 Feb 2012       |
| 2        | 1 Jan 2010     | 1 Mei 2012       |
| 3        | 1 Mei 2010     | 1 Feb 2012       |
| 4        | 1 Agu 2010     | 1 Feb 2012       |
| 5        | 1 Jan 2011     | *                |

\*Tidak selesai per tanggal 1 Jul 2012

Dengan menggunakan *Product-Limit Estimator*, estimasikanlah peluang penyelesaian konstruksi dalam 2 tahun pada sebuah bangunan yang memiliki distribusi waktu konstruksi yang sama.

- A. 0,40  
B. 0,47  
C. 0,50  
D. 0,53  
E. 0,60
25. Dalam sebuah studi data yang lengkap, dengan satu kematian pada setiap waktu kematian,  $\Lambda(t)$  diestimasi oleh metode Nelson-Aalen. Diberikan:
- $$\hat{\Lambda}(t_k) = 0,3101 \text{ dan } \hat{\Lambda}(t_{k+1}) = 0,3726$$
- Tentukanlah  $\hat{\Lambda}(t_{k+2})$ .
- A. 0,236  
B. 0,342  
C. 0,439  
D. 0,655  
E. 0,750
26. Dari 10 bola lampu yang dites, 2 gagal sebelum waktu  $t=3$ . Sebaran waktu kegagalan diasumsikan eksponensial, tentukanlah MLE dari  $\lambda$
- A. 0,0744  
B. 0,0811  
C. 0,0912  
D. 0,1000  
E. 0,1200

27. Dengan menggunakan metode Panjer, tentukanlah peluang seseorang yang sedang berada di *State* 1a menuju *State* selanjutnya (1b) pada observasi 3-6 bulan dengan menggunakan informasi di bawah.



- 1)  $\mu_{1a} = 3k$
  - 2)  $\mu_{2b} = k$
  - 3) Peluang seseorang yang berada dalam *State* 2b keluar dari *State* tersebut pada observasi 12-24 bulan adalah 0,36
- A. 0,154  
 B. 0,170  
 C. 0,219  
 D. 0,248  
 E. 0,360
28. Untuk sebuah model *double-decrement*, diberikan:
- 1)  $\mu_{10+t}^{(1)} = \frac{1}{30-t}, 0 \leq t < 30$
  - 2)  $\mu_{10+t}^{(2)} = \frac{50-2t}{600-50t+t^2}, 0 \leq t < 20$
- Hitunglah peluang bahwa (10) akan mati karena *decrement* kedua dalam tahun ke-6.
- A. 0,0225  
 B. 0,0242  
 C. 0,0392  
 D. 0,0408  
 E. 0,0650

29. Diberikan:

- 1)  $d_x = k$  untuk  $x = 0, 1, 2, \dots, \omega - 1$
- 2)  $e_{20:\overline{20}|}^0 = 18$
- 3) Kematian menyebar seragam pada setiap usia

Hitunglah  ${}_{30|10}q_{30}$

- A. 0,111
- B. 0,125
- C. 0,143
- D. 0,167
- E. 0,200

30. Diberikan sebuah tabel mortalita dengan 2 tahun seleksi

| $[x]$ | $l_{[x]}$ | $l_{[x]+1}$ | $l_{x+2}$ | $x + 2$ |
|-------|-----------|-------------|-----------|---------|
| 65    |           |             | 8200      | 67      |
| 66    |           |             | 8000      | 68      |
| 67    |           |             | 7700      | 69      |

Juga diberikan:

- 1)  $3q_{[x]+1} = 4q_{[x+1]}$
- 2)  $4q_{x+2} = 5q_{[x+1]+1}$

Hitunglah  $l_{[67]}$ .

- A. 7940
- B. 8000
- C. 8060
- D. 8130
- E. 8200