

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A70 – Pemodelan dan Teori
Risiko

TANGGAL : 25 November 2014

JAM : 13.30 – 16.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit

SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2014

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap kandidat yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang sediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.org.**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. X adalah *continuous random variable* dengan fungsi densitas

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{untuk } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}. \text{ Hitung } P\left[\left|X - \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{4}\right]$$

- a. 0,0521
 - b. 0,1563
 - c. 0,3125
 - d. 0,5000
2. Sebuah distribusi Gamma memiliki rata-rata (mean) 8 dan skewness 1. Hitung Variansinya
- a. 4
 - b. 8
 - c. 16
 - d. 32

Untuk soal no 3 – 6. Data berikut mendaftar waktu meninggal dan sensor kanan / *right censoring* (+) untuk 25 orang

2,3,3,3+,4,4,4,4,4+,5+,6,6,7,7,7,7+,7+,8,9,10,12+,13,13,14,16 *random variable* untuk waktu sampai meninggal adalah T

3. Hitung $S_{25}(11) - \hat{S}(11)$ yaitu (Estimasi Kaplan Meier – Estimasi Nelson Aalen)
- a. -0,064
 - b. -0,032
 - c. 0
 - d. 0,032
4. Hitung Estimasi *product limit* dari $P[4 \leq T \leq 8]$
- a. 0,0643
 - b. 0,4156
 - c. 0,4333
 - d. 0,4644

5. Hitung Estimasi *product limit* untuk probabilitas terkondisi $P[T > 8|T > 4]$
- 0,0643
 - 0,4156
 - 0,5835
 - 0,7123
6. Anggap bahwa data terakhir di waktu ke-16 adalah sensor bukan meninggal. Hitung $S_{25}(20)$ dengan *geometric extension approximation*
- 0,039
 - 0,044
 - 0,049
 - 0,054

Untuk soal no 7 dan 8. Data berikut menunjukkan data sampel acak dari sebuah distribusi X
7,12,15,19,26,27,29,29,30,33,38,53

7. Dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* dari rata-rata (*mean*). Estimasi variansi dari distribusi tersebut untuk distribusi eksponensial
- 400
 - 500
 - 600
 - 700
8. Apabila dari data tersebut dikenakan limit dari pembayaran asuransi sebesar 30. Dengan menggunakan data yang sudah diaplikasikan terhadap limit tersebut, hitung mean dari X diestimasi dengan *maximum likelihood estimation* untuk distribusi *exponential ground up*
- 26,5
 - 35,5
 - 36,5
 - 40,5

Untuk soal 9 – 11. Data berikut menggunakan 12 *data points* dari sebuah populasi distribusi X
7,12,15,19,26,27,29,29,30,33,38,53.

Parameter yang diestimasi untuk distribusi eksponensial adalah $\hat{\theta} = 30$

9. Hitung statistik Kolmogorov Smirnov untuk data tersebut
 - a. 0,19
 - b. 0,21
 - c. 0,23
 - d. 0,25

10. Hitung statistik Anderson Darling dari data tersebut di atas
 - a. Kurang dari 0,4
 - b. Antara 0,4 sampai 0,6
 - c. Antara 0,6 sampai 0,8
 - d. Lebih dari 0,8

11. Apabila data tersebut di atas di sensor pada $x = 32$, dan parameter dari distribusi eksponensial adalah $\hat{\theta} = 25$ maka hitung statistik Kolmogorov Smirnov nya
 - a. Kurang dari 0,28
 - b. Antara 0,28 sampai 0,32
 - c. Antara 0,32 sampai 0,36
 - d. Lebih dari 0,36

Untuk soal no 12 dan 13. Dua buah mangkuk masing-masing terdapat 10 bola kecil. Mangkuk pertama berisi 5 bola merah dan 5 bola putih. Mangkuk kedua berisi 2 bola merah dan 8 bola putih. Proses pemilihan adalah memilih mangkuk secara acak dan kemudian memilih bola secara acak dari mangkuk yang dipilih.

12. Berapa probabilitas dari bola yang dipilih adalah warna merah
- a. $1/10$
 - b. $\frac{1}{4}$
 - c. $7/20$
 - d. $\frac{1}{2}$
13. Apabila bola yang terpilih adalah bola merah, berapa besar probabilitasnya bahwa bola tersebut diambil dari mangkuk pertama
- a. $2/7$
 - b. $3/7$
 - c. $4/7$
 - d. $5/7$
14. Apabila diketahui bahwa sebuah portfolio terdiri dari 75 risiko kebakaran dan 25 risiko kecelakaan, risiko-risiko tersebut mempunyai distribusi jumlah klaim yang seragam. Besaran klaim untuk risiko kebakaran mengikuti distribusi Pareto dengan parameter $\vartheta = 300$ dan $\alpha = 4$. Besaran klaim untuk risiko kecelakaan mengikuti distribusi Pareto dengan parameter $\vartheta = 1.000$ dan $\alpha = 3$. Hitung variansinya
- a. 200
 - b. 272.500
 - c. 232.500
 - d. 482

15. Untuk satu jenis risiko, jumlah klaim per bulan mengikuti distribusi Poisson dengan mean Θ . Untuk populasinya, Θ terdistribusi dengan distribusi eksponensial dengan *probability density function* $\pi(\theta) = 10e^{-10\theta}$. Sebuah risiko diketahui memiliki 1 buah klaim di 6 bulan terakhir tahun 2012 dan 1 buah klaim sepanjang tahun 2013. Hitung premi untuk risiko tersebut di 3 bulan pertama tahun 2014 dengan metode Buhlmann Straub Credibility
- 9/28
 - 1/3
 - 2/14
 - 11/28
16. Sebuah *credibility factor* parsial untuk variabel random X berdasarkan 100 exposure dari X adalah $Z = 0,4$. Berapa tambahan exposure yang diperlukan agar *credibility factor*nya dapat ditingkatkan sampai paling tidak 0,5?
- 56
 - 57
 - 58
 - 59
17. Jumlah klaim per periode S mempunyai distribusi Compound Poisson. Anda sudah menghitung bahwa untuk mendapatkan *credibility* penuh, diperlukan sampel sebanyak 2670 klaim, apabila distribusi dari severity konstan. Jika distribusi dari severity adalah lognormal dengan mean 1000 dan variansi 1.500.000 Berapakah jumlah klaim yang diperlukan untuk mendapatkan *credibility* penuh?
- 6675
 - 6700
 - 6725
 - 6750

18. Sebuah *natural cubic spline* digunakan untuk mengestimasi $h(x)$ berdasarkan empat titik berikut $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$. Apabila diketahui bahwa $f_1(x) = 1 - 9(x+1) + 4,5(X+1)^2$, berapakah $f'(-2) + f'(2)$?
- 13,5
 - 4,5
 - 0
 - 4,5
19. Sebuah distribusi Binomial dengan $n = 3$ dan $p = 0,4$ disimulasikan dengan metode *inverse transform* dengan *uniform random numbers* 0,31 ; 0,71 ; 0,66 ; 0,48 ; 0,19 Berapakah jumlah angka *random* tersebut yang menghasilkan 2?
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
20. Sebuah fungsi *probability density* (pdf) $f(x) = 1,5 x^2$ untuk $-1 \leq x \leq 1$. Simulasi dengan *random numbers* [0,1] digunakan dan angka randomnya adalah 0,5005 dan 0,2440. Dengan menggunakan *inverse transform method*, berapakah jumlah dari hasil *random* tersebut?
- 0,7
 - 0,6
 - 0,5
 - 0,4

Untuk soal no 21 - 23. Data klaim adalah sebesar berikut 130,20,350,218,1822

21. Apabila data tersebut diatas diambil dari distribusi Pareto, dengan metode momen, tentukan nilai α dari distribusi pareto tersebut
- Kurang dari 3,5
 - Antara 3,5 sampai 4
 - Antara 4 sampai 5
 - Lebih dari 5

22. Tentukan θ dari distribusi pareto di atas

- a. Kurang dari 2000
- b. Antara 2000 sampai 2100
- c. Antara 2100 samai 2200
- d. Lebih dari 2200

23. Tentukan *expected value* dengan limit 500

- a. Kurang dari 250
- b. Antara 250 dan 280
- c. Antara 280 dan 310
- d. Lebih dari 310

24. Berikut adalah informasi mengenai besar klaim untuk 100 klaim

Ukuran Klaim	Jumlah Klaim
0 – 1.000	16
1.000 – 3.000	22
3.000 – 5.000	25
5.000 – 10.000	18
10.000 – 25.000	10
25.000 – 50.000	5
50.000 – 100.000	3
> 100.000	1

Dengan *ogive*, estimasi kemungkinan bahwa sebuah klaim yang dipilih secara acak berada di antara 2.000 sampai 6.000

- a. 0,36
- b. 0,40
- c. 0,45
- d. 0,47

25. Diketahui bahwa klaim untuk asuransi mobil di sebuah daerah mengikuti distribusi Weibull:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{0,2}}, x > 0$$

Sampel dari empat buah klaim diketahui sebesar 130, 240, 300, 540 dan dua buah klaim lainnya diketahui lebih dari 1000. Tentukan estimasi dari θ dengan *maximum likelihood*

- a. Kurang dari 300
- b. Antara 300 sampai 1200
- c. Antara 1200 sampai 2100
- d. Lebih dari 2100

26. Diketahui jumlah klaim mengikuti distribusi *negative binomial* dengan parameter r dan $\theta = 3$.

Ukuran klaim mengikuti distribusi berikut: klaim sebesar 1, kemungkinan 0,4, klaim sebesar 10, kemungkinan 0,4 dan klaim sebesar 100 kemungkinan 0,2. Jumlah klaim independen terhadap ukuran klaim. Tentukan jumlah klaim yang dibutuhkan untuk *aggregate losses* di dalam 10% dari *expected aggregate losses* dengan probabilitas sebesar 95%.

- a. Kurang dari 1200
- b. Antara 1200 dan 1600
- c. Antara 1600 dan 2000
- d. Lebih dari 2000

27. Berikut adalah sampel acak dari 10 klaim dengan besaran sebagai berikut:

46	121	493	738	775
1078	1452	2054	2199	3207

Tentukan estimasi empiris yang di-smooth (*smoothed empirical estimate*) untuk *percentile* ke 90.

- a. Kurang dari 2150
- b. Antara 2150 sampai 2500
- c. Antara 2500 sampai 2850
- d. Lebih besar dari 2850

28. Berikut adalah informasi mengenai dua jenis produk, di mana X adalah kerugian untuk setiap tertanggung

	Produk 1	Produk 2
Jumlah tertanggung	25	50
$E(X)$	380	23
$E(X^2)$	365.000	----

Anda juga diberi informasi hasil analisis bahwa *Buhlmann k value* adalah sebesar 2,65

Hitunglah Variansi dari Produk 2

- a. 2.280
- b. 2.810
- c. 7.280
- d. 28.320

29. Anda diberitahu informasi berikut mengenai dua jenis risiko:

- a. Risiko A, mempunyai distribusi jumlah klaim mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata 1 klaim per tahun dan distribusi besar klaim mengikuti distribusi exponential dengan rata-rata 1
- b. Risiko B, mempunyai distribusi jumlah klaim mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata 3 klaim per tahun dan distribusi besar klaim mengikuti distribusi exponential dengan rata-rata 3

Sebuah risiko dipilih secara acak dan hasil pengamatan menunjukkan bahwa terjadi 2 klaim dalam satu tahun. Masing-masing besarnya adalah 1 dan 3. Hitung ekspektasi posterior dari klaim keseluruhan untuk risiko ini tahun depan

- a. Kurang dari 2
- b. Antara 2 sampai 4
- c. Antara 4 sampai 6
- d. Lebih dari 6

30. Ukuran sebuah klaim mengikuti distribusi *inverse exponential distribution* dengan *probability density function* sebagai berikut:

$$f(x|\theta) = \frac{\theta e^{-\frac{\theta}{x}}}{x^2}, x > 0$$

Parameter θ mempunyai *prior distribution* dengan *probability distribution function* sebagai berikut:

$$g(\theta) = \frac{e^{-\theta/4}}{4}, \theta > 0$$

Sebuah klaim dengan besar 2 terjadi untuk tertanggung tersebut. Persamaan mana yang proporsional dengan distribusi posterior dari θ

- a. $\theta e^{-\theta/2}$
- b. $\theta e^{-3\theta/4}$
- c. $\theta e^{-\theta}$
- d. $\theta^2 e^{-\theta/2}$
