

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A60 – Matematika Aktuaria
TANGGAL : 26 November 2014
JAM : 09.00 - 12.00 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2014

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap kandidat yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang sediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian** tanpa menuliskan nama Saudara.

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke sanggahan.soal@aktuaris.org.
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Sebuah variable acak dari distribusi *age-at-failure*, didefinisikan sebagai berikut:

$$F_x(x) = 1 - 0,10(100 - x)^{1/2} \text{ untuk } 0 \leq x \leq 100.$$

Carilah nilai $E(X)$ yang paling mendekati, bila diketahui fungsi $E(X) = \int_0^{\infty} Sx(x) dx$

- A. 33,33
- B. 1,67
- C. 66,67
- D. 203,07
- E. 167,67

2. Hitunglah nilai dari $\ddot{a}_{x:\overline{4}|}$, diketahui sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{4}|} = E[\ddot{Y}_{x:\overline{4}|}]$$

k	$\ddot{a}_{\overline{k} }$	${}_{k-1} q_x$
1	1,00	0,33
2	1,93	0,24
3	2,80	0,16
4	3,62	0,11

- A. 2,2186
- B. 2,2862
- C. 2,1862
- D. 2,1268
- E. 2,2681

3. Sebuah perusahaan mesin cuci menyediakan garansi perbaikan untuk setiap mesin baru yang di jual. Perusahaan mengharuskan *customer* membayar 50 (*deductible*) untuk setiap perbaikan. Tabel di bawah ini menunjukkan biaya perbaikan selama ini.

<i>Event</i>	<i>Loss amount (x)</i>
A	25
B	52
C	70
D	75
E	150

Hitunglah berapa *variance* untuk biaya yang dibayarkan oleh perusahaan pada setiap kejadian kerusakan?

- A. 10.580,14
 B. 10.480,24
 C. 1.431,44
 D. 1.341,44
 E. 1.250,25
4. Sebuah asuransi seumur hidup sebesar 1 untuk seorang berusia 41 tahun, dengan manfaat meninggal yang dibayarkan di akhir tahun kematian.
 Diketahui:
- (i) $i = 5\%$
 (ii) $P_{40} = 0,9972$
 (iii) $A_{41} - A_{40} = 0,00822$
 (iv) ${}^2A_{41} - {}^2A_{40} = 0,00433$
 (v) Z adalah nilai sekarang variabel acak dari asuransi ini.

Hitunglah $Var(Z)$.

- A. 0,02343
 B. 0,02434
 C. 0,02544
 D. 0,02655
 E. 0,02712

5. Sebuah anuitas menaik (*temporary annuity – due*) membayarkan 2 pada tahun pertama, 3 di tahun kedua dan 4 di tahun ketiga. Diketahui nilai berikut:

$$p_x = 0,80$$

$$p_{x+1} = 0,75$$

$$p_{x+2} = 0,50$$

$$v = 0,90$$

Hitunglah *variance* terhadap nilai sekarang dari variabel acak anuitas ini (*present value random variable*)

- A. 3,59
B. 4,79
C. 5,79
D. 7,59
E. 8,79
6. Jika X berdistribusi seragam pada $(1,3)$, berapakah $Var(X)$?
A. 1
B. $1/3$
C. $2/3$
D. 3
E. 2
7. Aktuaris A dan B menggunakan tabel mortalita yang sama untuk menghitung premi dari suatu produk asuransi Dwiguna diskrit selama 2 tahun sebesar 1.000.
(i) Aktuaris A menghitung premi sebesar 608 di tahun pertama dan 350 di tahun kedua.
(ii) Aktuaris B menghitung level premi untuk tahun pertama dan kedua.
(iii) $d = 0.05$

Berapakah level premi yang dihitung Aktuaris B? (yang paling mendekati)

- A. 459
B. 479
C. 489
D. 497
E. 517

8. Tentukan nilai dari $Var(Y_{95})$, bila menggunakan tingkat bunga tahunan 5% dan nilai sebagai berikut: $l_{95}=100$, $l_{96}=70$, $l_{97}=40$, $l_{98}=20$, $l_{99}=4$, $l_{100}=0$, $a_{95} = 1,2352$ dan ${}^2a_{95} = 1,1403$.

A. 1,0933
 B. 1,0399
 C. 2,0933
 D. 2,2352
 E. 2,2532

9. Suatu asuransi seumur hidup diskrit untuk seorang berusia 40 tahun sebesar 1.000. Diketahui:

- (i) $i=0,06$
 (ii) $\ddot{a}_{40:\overline{10}|} = 7,70$
 (iii) $\ddot{a}_{50:\overline{10}|} = 7,57$
 (iv) $1.000 A^1_{40:\overline{20}|} = 60$
 (v) $A_{40} = 0,16132$ dan $A_{50} = 0,24905$ dan $A_{60} = 0,36913$
 (vi) $\ddot{a}_{40} = 14,8166$
 (vii) ${}_{10}E_{40} = 0,53667$ dan ${}_{10}E_{50} = 0,51081$ dan ${}_{20}E_{40} = 0,27414$

Pada tahun ke 10, tertanggung ingin memilih opsi membayar hanya untuk 10 tahun berikutnya, tetapi tetap terproteksi sebesar 1.000 selama seumur hidup. Berapakah premi yang harus di bayar untuk 10 tahun berikutnya?

A. 11
 B. 15
 C. 17
 D. 19
 E. tidak ada jawaban yang benar.

10. Sebuah *select survival distribution* didefinisikan sebagai berikut:

$$S_T(t; x) = \left(1 - \frac{t}{40 - x}\right), \text{ untuk } 0 \leq x < 40, \text{ dan } 0 < t < 40 - x. \text{ Tentukan } {}^o e[30].$$

A. 7
 B. 6
 C. 5
 D. 4
 E. 3

11. Sebuah anuitas ditunda 10 tahun dengan pembayaran 10.000 setahun di bayarkan setiap awal tahun (*10 year deferred annuity-due*), di jual kepada Bapak X yang berusia 55 tahun, dengan premi neto tahunan yang dibayarkan selama masa penundaan. Sebagai tambahan, produk ini juga menyediakan pengembalian premi tanpa bunga bila Bapak X meninggal selama masa penundaan.

Hitunglah premi level neto tahunan bila di ketahui:

- $\ddot{a}_{55:\overline{10}|} = 8$
- $\ddot{a}_{55} = 12$
- $(IA)^1_{55:\overline{10}|} = 2,5$

- A. 7.200
- B. 6.872
- C. 7.327
- D. 7.400
- E. 7.273

12. Sebuah kontrak dwiguna selama n tahun, dengan premi tunggal netto sebesar 600. Kontrak ini akan membayarkan sebesar 1000 bila tertanggung hidup di akhir tahun n , tetapi hanya akan membayarkan premi netto tunggal bila tertanggung meninggal dalam n tahun.

Diketahui: $A_{x:\overline{n}|} = 0,80$. Hitunglah ${}_nE_x$.

- A. 0,25
- B. 0,20
- C. 0,30
- D. 0,35
- E. 0,40

13. Tentukan nilai dari $1000({}_2V_{x:\overline{3}|} - {}_1V_{x:\overline{3}|})$, bila menggunakan tingkat bunga tahunan 6% dan nilai sebagai berikut: $l_x=100$, $l_{x+1}=90$, $P_{x:\overline{3}|}=0,3251$

- A. 330,38
- B. 230,83
- C. 130,83
- D. 133,38
- E. tidak ada jawaban yang benar.

14. Tentukan nilai dari a_{95} , bila menggunakan tingkat bunga tahunan 6% dan nilai sebagai berikut: $l_{95}=100$, $l_{96}=60$, $l_{97}=50$, $l_{98}=30$, $l_{99}=6$, $l_{100}=0$.

- A. 2,31
- B. 3,31
- C. 3,11
- D. 1,31
- E. 1,11

15. Diketahui $\lambda_x(x)=(80-x)^{-1/2}$, for $0 < x < 80$. Manakah dari nilai di bawah ini yang paling mendekati median dari distribusi T_{20} ?

- A. 1,249
- B. 3,249
- C. 4,249
- D. 5,249
- E. 6,249

16. Sebuah tabel penurunan multiple (*mutiple decrement table*) dengan kejadian meninggal (1), ketidakmampuan- *disability* (2) dan batal (3) dimana pembatalan hanya terjadi pada akhir tahun.

Diketahui:

(i) $q'_{60}^{(1)}=0,010$

(ii) $q'_{60}^{(2)}=0,050$

(iii) $q'_{60}^{(3)}=0,100$

(iv) Kejadian meninggal dan ketidakmampuan berdistribusi seragam sepanjang usia yang diasosiasikan dengan tabel penurunan *single*.

Hitunglah $q_{60}^{(3)}$.

- A. 0,094
- B. 0,088
- C. 0,089
- D. 0,084
- E. 0,098

17. Hitunglah premi netto tahunan dari produk asuransi selama 2 tahun dimana manfaat meninggal sebesar 1000 dibayarkan pada akhir tahun kematian. Premi netto tahunan dihitung berdasarkan *equivalence principle*.

Diketahui: $v=0,90$, $q_x=0,10$ dan $q_{x+1}=0,20$

- A. 330,27
- B. 230,27
- C. 130,27
- D. 100,27
- E. tidak ada jawaban yang benar.

18. Bila di ketahui informasi berikut:

- $Var(\bar{a}_{\overline{T_x}|}) = \frac{100}{9}$
- $\delta = 4k$
- $\mu_{x+t} = k$ untuk semua t

Tentukanlah nilai dari k .

- A. 0,02
- B. 0,20
- C. 0,01
- D. 0,10
- E. Tidak ada jawaban yang benar

19. Tabel kehidupan diberikan seperti di bawah ini:

x	l_x
0	100.000
1	97.408
2	97.259
3	97.160
4	97,081

Berapakah yang akan meninggal antara usia 2 dan 4 tahun?

- A. 177
- B. 178
- C. 179
- D. 180
- E. 181

20. Hitunglah p_{38} , bila di ketahui sebagai berikut:

$${}^{20}_{23}V_{15}=0,585$$

$${}^{20}_{24}V_{15}=0,600$$

$$i=0,08$$

- A. 0,8482
- B. 0,979
- C. 0,9205
- D. 0,9470
- E. 0,9709

21. Sebuah Anuitas seumur hidup ditunda yang dibayarkan di awal periode (*deferred annuity due*) dengan masa penundaan selama 30 tahun, di jual kepada seseorang berusia 35 tahun. Di tawarkan juga fitur tambahan bila tertanggung meninggal selama masa penundaan, premi tunggal netto yang telah di bayarkan akan di kembalikan. Hitunglah premi tunggal netto per unit dari produk asuransi tersebut bila diketahui sebagai berikut:

- $\ddot{a}_{65}=9,90$
- $A_{35:\overline{30}|}=0,21$
- $A^1_{35:\overline{30}|}=0,07$

- A. 1,49032
- B. 2,49032
- C. 3,49032
- D. 4,14903
- E. 4,49032

22. Diketahui tingkat kematian (*force of failure*) untuk perokok adalah 2 kali lipat bukan perokok, untuk semua usia diatas 55 tahun. Bila variable acak untuk *age-at-failure* berdistribusi seragam dengan $\omega=75$, hitunglah nilai dari ${}^o e_{65:55}$, jika (65) adalah bukan perokok dan (55) adalah perokok dan saling independen.
- A. 5,34167
B. 4,34167
C. 3,54167
D. 2,45167
E. 1,67341

23. Sebuah *survival model* didefinisikan sebagai berikut:

$$S_x(x) = \frac{c-x}{c+x}, \text{ untuk } 0 \leq x \leq c. \text{ Kemudian, sebuah tabel kehidupan (Life table) disusun}$$

berdasarkan distribusi tersebut dengan radix 100,000. Dalam tabel tersebut, $l_{35}=44,000$. Diketahui pula $\omega=90$. Hitunglah probabilitas dari seorang berusia 10 tahun akan meninggal antara usia 30 dan 45.

- A. 11/24
B. 9/24
C. 7/24
D. 5/24
E. 1/8
24. Sebuah asuransi diskrit seumur hidup sebesar 1,000 dengan informasi sebagai berikut:
- Biaya tetap tahun pertama sebesar 70 (terdiri dari 50 biaya akuisisi dan 20 biaya *maintenance*) dan biaya tetap tahun selanjutnya sebesar 20 (biaya *maintenance*).
 - 3% dari setiap premi yang di bayarkan
 - $d=0,04$, $\ddot{a}_x=20$ dan $\ddot{a}_{x:\overline{20}|}=10$
- A. 97,01
B. 97,10
C. 100,01
D. 87,01
E. 67,01

25. Diketahui bahwa $q_x^{(1)} = 0,20$ dan $q_x^{(2)} = 0,10$. Kedua penurunan (*decrement*) tersebut berdistribusi seragam di antara interval $(x, x+1)$ dalam konteks *multiple decrement*.

Diketahui pula persamaan berikut:

$${}_tP_x^{(j)} = (1 - t \cdot q_x^{(\tau)})^{q_x^{(j)} / q_x^{(\tau)}}, \text{ dan } t = 1$$

Tentukanlah nilai $q_x^{(2)}$.

- A. 0,8879
- B. 0,1121
- C. 1,8879
- D. 1,1121
- E. Tidak ada jawaban yang benar

26. Diketahui $\mu_x = 0,04$ untuk $0 < x \leq 40$ dan $\mu_x = 0,05$ untuk $x > 40$. Manakah dari pilihan nilai

di bawah ini yang paling mendekati untuk ${}_o e_{25:\overline{25}|}$?

- A. 12,6
- B. 15,6
- C. 10,6
- D. 8,6
- E. 6,6

27. Sebuah bond korporasi dengan durasi 10 tahun dan kupon sebesar 40 setahun, dengan tingkat gagal (*default rate*) 2% setahun. Bila bond tersebut *default* maka tidak akan ada lagi pembayaran kupon selanjutnya. Pada tingkat yield rate 6%, berapakah ekspektasi nilai sekarang dari kupon tersebut?

Diketahui pula bahwa anuitas pasti (tidak ada kemungkinan gagal) dari $a_{\overline{10}|0,06}$ adalah 7,36.

- A. 294,40
- B. 240,54
- C. 266,44
- D. 288,51
- E. 246,40

28. Suatu polis asuransi biasanya memuat klausa bahwa bila usia tertanggung diketahui tidak tepat pada saat diterbitkan, maka manfaat dari polis tersebut dapat disesuaikan sebesar selisih kalau polis tersebut dibeli dengan usia yang tepat. Suatu polis asuransi berjangka diskrit selama 3 tahun sebesar 1.000 dijual kepada seseorang yang menyatakan berusia 30 pada saat penerbitan polis. Akan tetapi, pada tahun ke tiga, diketahui sesungguhnya orang tersebut berusia 31 tahun pada saat penerbitan polis.

Bila diketahui:

- $i=0,04$
- $q_{30}=0,01$
- $q_{31}=0,02$
- $q_{32}=0,03$
- $q_{33}=0,04$

Hitunglah berapa besar manfaat yang harus disesuaikan (besar manfaat yang dikurangkan).

- A. 264,10
- B. 664,10
- C. 864,10
- D. 335,90
- E. 135,90

29. T_{80} dan T_{85} adalah variabel acak independen berdistribusi seragam dengan $\omega=100$.

Hitunglah probabilitas bahwa kejadian kedua (*second failure*) terjadi 5 tahun dari sekarang.

- A. 1/12
- B. 5/12
- C. 1/4
- D. 1/2
- E. 1/6

30. Asuransi diskrit berjangka 2 tahun dijual untuk usia (x) dengan tingkat bunga (i) = 0. Jika diketahui $q_x = 0,50$ dan $\text{Var}(Z^1_{x:2}) = 0,1771$. Hitunglah q_{x+1} .

- A. 0,52
- B. 0,56
- C. 0,42
- D. 0,45
- E. 0,54
