

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A50 – Metode Statistika
TANGGAL : 24 Juni 2015
JAM : 12.30 – 15.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2015

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang sediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian** tanpa menuliskan nama Saudara.

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.org**.
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Jika diketahui *survival function* dari seseorang adalah sebagai berikut:

$${}_t p_x = 1 - \frac{t}{90-x}, \text{ untuk } 0 \leq t \leq 90 - x$$

Hitunglah probabilita dari seseorang berumur 25 mencapai umur 80 tahun.

- A. 55/65 B. 25/65 C. 5/13 D. 2/13 E. 25/13

Informasi berikut digunakan untuk mengerjakan soal nomor 2 dan 3:

Diketahui *survival function* dari X adalah $S(x) = e^{-x}(x+1), x \geq 0$.

2. Tentukan $E[X]$

- A. 0,25 B. 1 C. 0,5 D. 2 E. 0

3. Tentukan Probability Density Function dari X

- A. $e^{-x}(x+2)$
 B. $e^{-x}x^2$
 C. $e^{-x}(x+1)^2$
 D. $(e^{-x}+1)x$
 E. $e^{-x}x$

4. Diketahui probabilita sebagai berikut:

- Probabilita dari seseorang berumur 30 mencapai umur 40 adalah 0,96
- Probabilita dari seseorang berumur 40 mencapai umur 50 adalah 0,91
- Probabilita dari seseorang berumur 50 mencapai umur 60 adalah 0,92

Hitunglah probabilita dari seseorang berumur 30 mencapai umur 60

- A. 0,8037 B. 0,8935 C. 0,8832 D. 0,8372 E. 0,8736

5. Jika diketahui:

x	29	30	31	32	33	34	35	36
p_x	0,99	0,98	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	0,90

Hitunglah probabilita seseorang yang berumur 30 mencapai umur 35!

- A. 0,718819 B. 0,773512 C. 0,733489 D. 0,781325 E. 0,660140

Informasi berikut digunakan untuk mengerjakan soal nomor 6 dan 7:

Diketahui fungsi *force of mortality* $\mu(x) = \frac{1}{x+1}, x \geq 0$

6. Tentukan $S(x)$

- A. $S(x) = \frac{1}{x+1}, x \geq 0$
- B. $S(x) = \frac{x}{x+1}, x \geq 0$
- C. $S(x) = e^{x+1}, x \geq 0$
- D. $S(x) = \frac{x+1}{x}, x \geq 0$
- E. $S(x) = \frac{1}{(x+1)^2}, x \geq 0$

7. Tentukan ${}_t p_x$

- A. ${}_t p_x = \frac{x+1}{(x+t)}, x \text{ dan } t \geq 0$
- B. ${}_t p_x = \frac{1}{(x+t+1)^2}, x \text{ dan } t \geq 0$
- C. ${}_t p_x = \frac{1}{(x+t+1)}, x \text{ dan } t \geq 0$
- D. ${}_t p_x = \frac{x+1}{(x+t+1)^2}, x \text{ dan } t \geq 0$
- E. ${}_t p_x = \frac{x+1}{(x+t+1)}, x \text{ dan } t \geq 0$

Informasi berikut digunakan untuk mengerjakan soal nomor 8 dan 9:

Seorang aktuaris memodelkan umur seseorang sebagai variabel acak X dengan *survival function*

$$S(x) = \frac{90^6 - x^6}{90^6}, \text{ untuk } 0 < x < 90.$$

8. Hitunglah e_0^o

- A. 67,50000
- B. 77,14286
- C. 12,85714
- D. 0,06667
- E. 75,00000

9. Hitunglah $Var(X)$

- A. 6.075
- B. 5.951,02
- C. 5.625,00
- D. 247,9592
- E. 123,9796

10. Untuk sebuah studi mortalita dengan data yang tidak lengkap, diperoleh data sebagai berikut:

Waktu (t)	Jumlah Kematian (Number of Deaths)	Jumlah Risiko (Number of Risk)
3	1	50
5	3	49
6	5	k
10	7	21

Jika diketahui pula bahwa estimasi Nelson-Aalen dari *survival function* pada waktu $t = 10$ adalah 0,575, tentukan k !

- A. 48 B. 40 C. 36 D. 32 E. 25

11. Dari 100 orang yang hidup dengan umur eksak x , 2 orang diamati meninggal dalam estimasi interval $(x, x + 1]$ dan 98 tetap hidup sampai umur $x + 1$. Kematian muncul pada umur $x + 0,3$ dan $x + 0,7$. Estimasi nilai \hat{q}_x dengan asumsi *force of mortality* adalah konstan dalam $(x, x + 1]$.

- A. 0,020881 B. 0,020039 C. 0,019999 D. 0,030454 E. 0,010562

12. Dalam sebuah studi data lengkap, estimasi Nelson-Aalen dari $\Lambda(t)$ yang segera mengikuti kematian ke-2 adalah 13/42.

Hitunglah estimasi dari $\Lambda(t)$ yang segera mengikuti kematian ke-4!

- A. 0,950000 B. 0,759524 C. 0,634524 D. 0,545635 E. 0,478968

13. Diketahui *survival function* $s(x)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} s(x) &= 1, & 0 \leq x < 1 \\ s(x) &= 1 - \left\{ \frac{e^x}{100} \right\}, & 1 \leq x < 4.5 \\ s(x) &= 0, & 4.5 \leq x \end{aligned}$$

Hitunglah $\mu(4)$

- A. 1,202553 B. 0,908307 C. 0,545982 D. 0,454018 E. 0,251338

Informasi berikut digunakan untuk mengerjakan soal nomor 14 s.d. 16:

Dalam sebuah *life table* diketahui $l_x = 900$ dan $l_{x+1} = 800$.

14. Hitunglah m_x berdasarkan asumsi *UDD (Uniform Distribution of Deaths)*

- A. 0,21792 B. 0,10526 C. 0,31757 D. 0,11568 E. 0,11765

15. Hitunglah m_x berdasarkan asumsi *Constant Force*

- A. 0,10536 B. 0,11778 C. 0,31746 D. 0,21768 E. 0,11561

16. Hitunglah m_x berdasarkan asumsi Balducci

- A. 0,11792 B. 0,31778 C. 0,11566 D. 0,10545 E. 0,21765

17. Diketahui 100 orang masuk dalam estimasi interval $(20,21]$ pada umur eksak 20. Tidak ada yang dijadwalkan untuk keluar sebelum umur eksak 21, tetapi terdapat satu orang meninggal (*death*) dan tiga orang ditarik secara acak (*random withdrawals*) yang diamati sebelum umur 21. Dengan menggunakan asumsi distribusi *uniform* untuk kedua kejadian acak tersebut, estimasikan nilai $q_{20}^{(d)}$

- A. 0,0104622 B. 0,0103693 C. 0,0102427 D. 0,0101531 E. 0,0101015

18. Dengan menggunakan data nomor 17 di atas, estimasikan nilai $q_{20}^{(d)}$ dengan menggunakan distribusi *exponential* untuk kejadian meninggal dan penarikan tersebut.

- A. 0,0216831 B. 0,0101017 C. 0,0101536 D. 0,0101145 E. 0,0100721

Informasi berikut digunakan untuk mengerjakan soal nomor 19 s.d. 20:

Sebuah sampel dari 10 tikus laboratorium menghasilkan data kematian (dalam hari) sebagai berikut: 3, 4, 6, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 12. Diketahui pula *survival model* yang terjadi berdistribusi eksponensial.

19. Estimasikan nilai $\hat{\lambda}$ dengan metode *moments*.

- A. 0,145812 B. 0,131579 C. 0,123457 D. 0,117647 E. 0,092420

20. Estimasikan nilai $\hat{\lambda}$ dengan metode *medians*.

- A. 0,085000 B. 0,081547 C. 0,085574 D. 0,092420 E. 0,087354

21. Jika diketahui 2 deret waktu (*time series*) x_t dan y_t , yang masing-masing diasumsikan *random walk*. Manakah diantara pernyataan berikut ini yang benar?

- A. Tidak ada kombinasi linear dari 2 deret waktu ini yang dapat bersifat *stationary*.
B. Deret waktu $z_t = x_t - \lambda y_t$ selalu bersifat *stationary* untuk nilai λ tertentu.
C. Deret waktu $z_t = x_t - \lambda y_t$ dapat bersifat *stationary* untuk nilai λ tertentu dan dapat diestimasi dengan menjalankan regresi *least square* biasa dari x_t pada y_t .
D. Deret waktu $z_t = x_t - \lambda y_t$ dapat bersifat *stationary* untuk nilai λ tertentu dan dapat ditentukan secara presisi menggunakan teknik regresi.
E. Tidak ada pernyataan yang benar.

22. Anda mencocokkan model berikut ini dalam 48 pengamatan:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \varepsilon$$

Diketahui data sebagai berikut:

Sumber Variasi (Source of Variation)	Tingkat Kebebasan (Degree of Freedom)	Jumlah Kuadrat (Sum of Squares)
Regresi (Regression)	3	103.658
Residual (Error)	44	69.204

Hitunglah nilai \bar{R}^2 , yaitu R^2 yang dikoreksi.

- A. 0,53 B. 0,54 C. 0,55 D. 0,56 E. 0,57

23. Diketahui informasi sebagai berikut:

(i). $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = \left(\frac{x_i}{2}\right)^2$$

(ii).

i	x_i	y_i
1	1	7
2	2	5
3	3	2
4	4	-3

Tentukan nilai estimasi *weighted least square* dari β :

- A. 2,35 B. 2,52 C. 2,63 D. 2,83 E. 3,12

24. Anda menggunakan moving average 3 titik untuk memperkirakan nilai dari sebuah deret waktu.

Tiga angka terakhir yang dicatat dari sebuah deret waktu adalah sebagai berikut:

$$y_{98} = 101$$

$$y_{99} = 99$$

$$y_{100} = 102$$

Hitunglah $\hat{y}_{105} - \hat{y}_{104}$, yaitu selisih antara nilai *forecast* dari 5 langkah ke depan dan 4 langkah ke depan.

- A. -0,04 B. 0,04 C. -0,03 D. 0,03 E. 0,01

25. Anda diberikan dua model *random walk* yang identik dalam segala aspek, kecuali yang satu mengandung sebuah parameter *drift* positif yang diketahui dan yang lainnya tidak mengandung parameter *drift*. Manakah diantara pernyataan berikut ini yang tidak benar?

- A. Untuk model *random walk* tanpa *drift*, semua nilai *forecast* dari waktu T adalah sama.
- B. Untuk model *random walk* tanpa *drift*, *standard error* nilai *forecast* dari waktu T naik ketika horison *forecast* naik.
- C. Untuk model *random walk* dengan *drift*, nilai *forecast* dari waktu T akan naik secara linier ketika horison *forecast* naik.
- D. Untuk model *random walk* dengan *drift*, *standard error* nilai *forecast* dari waktu T sama dengan *standard error* dari nilai *forecast* yang bersesuaian untuk model *random walk* tanpa *drift*.
- E. Untuk model *random walk* dengan *drift*, *standard error* nilai *forecast* dari waktu T akan naik atau turun, tergantung dengan parameter *drift*, ketika horison *forecast* naik.

26. Anda mencocokkan model *moving average* order pertama yang *invertible* ke dalam Deret Waktu. Koefisien *autocorellation* dari sample lag 1 adalah $-0,35$. Hitunglah tebakan awal untuk θ (yaitu parameter *moving average*).

- A. 0,2 B. 0,4 C. 0,6 D. 0,8 E. 1,0

27. Diketahui hasil dari regresi linier sebagai berikut:

t	Aktual (<i>actual</i>)	Penyesuaian (<i>fitted</i>)
1	75,0	75,6
2	69,0	70,6
3	72,0	70,9
4	74,0	74,0
5	65,0	66,0

Hitunglah estimasi koefisien korelasi deret lag 1 (*lag 1 serial correlation coefficient*) untuk residual, menggunakan statistik Durbin-Watson!

- A. -0,01 B. -0,02 C. 0,01 D. 0,03 E. 0,06

28. Misalkan Anda melakukan *smoothing* deret waktu y_t menggunakan metode *exponential smoothing* 2-parameter dari Holt:

t	y_t	\hat{y}_t	r_t
1995	120,50	117,50	12,00
1996	135,00	130,88	12,96
1997	147,70	144,80	13,64
1998	146,60	\hat{y}_{1998}	r_{1998}

Hitunglah *forecast* 2-periode \hat{y}_{2000} dengan terlebih dahulu melengkapi tabel di atas dengan deret *exponential* 2-parameter dari Holt.

- A. Lebih kecil dari 166
- B. Paling sedikit 166, tetapi lebih kecil dari 172
- C. Paling sedikit 172, tetapi lebih kecil dari 176
- D. Paling sedikit 176, tetapi lebih kecil dari 180
- E. Paling sedikit 180

29. Sebuah tabular *survival model* didefinisikan oleh nilai dari p_x sebagai berikut:

x	p_x
0	0,9
1	0,8
2	0,5
3	0,2
4	0,1
5	0,0

Berapakah nilai dari ω dalam tabel ini?

- A. 0
- B. 1
- C. 4
- D. 5
- E. 6

30. Misalkan ekspektasi harapan hidup dari seseorang yang terdiagnosa menderita penyakit LAS (Lymphadenopath Syndrome), ARC (AIDS-Related Complex), dan AIDS (Acquired Immune Deficiency Syndrome) berturut-turut adalah 6,89, 5,71, dan 0,93. Hitunglah varians dari harapan hidup dari seseorang yang terdiagnosa menderita LAS menggunakan model dari Panjer.

- A. 25,11
- B. 15,53
- C. 32,92
- D. 33,33
- E. 17,59
