

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A60 – Matematika Aktuaria
TANGGAL : 22 Juni 2016
JAM : 08.30 – 11.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2016

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang sediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Jonny melakukan atraksi melompat sepeda motor sepanjang tahun dan memiliki kemungkinan cedera saat melakukan atraksi tersebut berdasarkan 3 tahapan berikut:

Tahap 1: tidak terjadi cedera

Tahap 2: tepat satu cedera

Tahap 3: Paling sedikit dua cedera

Diberikan sebagai berikut:

(i) Intensitas transisi antara per tahapan adalah per tahun

(ii) $\mu_t^{01} = 0,03 + 0,06(2^t), t > 0$

(iii) $\mu_t^{02} = 2,718\mu_t^{01}, t > 0$

(iv) $\mu_t^{12} = 0,025, t > 0$

Hitunglah peluang dimana Jonny, saat sekarang tidak terjadi cedera, akan bertahan paling sedikit satu cedera dalam tahun berikutnya.

- A. 0,35 B. 0,39 C. 0,43 D. 0,47 E. 0,51

2. Untuk suatu model “2-year selection and ultimate mortality”, diberikan:

(i) $q_{[x]+1} = 0,95 q_{x+1}$

(ii) $l_{76} = 98.153$

(iii) $l_{77} = 96.124$

Hitunglah $l_{[75]+1}$ (pembulatan terdekat)

- A. 96.150
B. 96.780
C. 97.420
D. 98.050
E. 98.690

3. Untuk suatu “fully discrete whole life insurance policy” (30) dengan manfaat kematian sebesar 150.000 diberikan sebagai berikut:

- (i) Cadangan saat akhir tahun 20 dan 21 adalah 24.496 dan 26.261 secara berturut-turut
- (ii) Premi gross adalah 1.212
- (iii) Biaya yang diestimasikan sama dengan $60 + W\%$ dari premi bruto dibayarkan tiap awal tahun
- (iv) $q_{50} = 0,004736$
- (v) Suku bunga yang dipakai adalah 8%
- (vi) Profit pada saat awal tahun polis ke 21 adalah 722

Hitunglah $W\%$

- A. 8%
- B. 9%
- C. 10%
- D. 11%
- E. 12%

4. Untuk suatu “fully discrete whole life insurance” dengan manfaat 100.000 untuk orang yang berusia (45), diberikan sebagai berikut:

- (i) Cadangan gross premi saat durasi 5 adalah 5.500 dan saat durasi 6 adalah 7.100
- (ii) $q_{50} = 0,009$
- (iii) $i = 0,05$
- (iv) “renewal expenses” saat awal setiap tahun adalah 50 plus 4% dari premi gross
- (v) “claim expenses” adalah 200

Hitunglah premi bruto! (pembulatan terdekat)

- A. 2.200
- B. 2.250
- C. 2.300
- D. 2.350
- E. 2.400

5. Untuk suatu tabel kematian dengan faktor seleksi dua tahun, diberikan sebagai berikut:

(i)

x	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	q_{x+2}	$x + 2$
50	0,0050	0,0063	0,0080	52
51	0,0060	0,0073	0,0090	53
52	0,0070	0,0083	0,0100	54
53	0,0080	0,0093	0,0110	55

(ii) “force of mortality” adalah konstan diantara “integral ages”

Hitunglah ${}_{2,5}q_{[50]+0,4}$

- A. 15,2
 B. 16,4
 C. 17,7
 D. 19,0
 E. 20,2
6. Untuk suatu “fully discrete 5-payment whole life insurance” untuk manfaat 1.000 pada (80), diberikan:
- (i) Premi bruto adalah 130
 (ii) $q_{80+k} = 0,01(k + 1), \quad k = 0,1,2, \dots, 5$
 (iii) $v = 0,95$
 (iv) $1000A_{86} = 683$
 (v) ${}_3L$ adalah “prospective loss random variable” saat $t=3$, berdasarkan premi bruto

Hitunglah $E[{}_3L]$ (pembulatan terdekat)

- A. 330
 B. 350
 C. 360
 D. 380
 E. 390

7. Diberikan sebagai berikut:

- (i) $q_x = 0,1$
- (ii) “Force of Mortality” adalah konstan antara “integral ages”

Hitunglah ${}_{1/2}q_{x+1/4}$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,051
- B. 0,043
- C. 0,032
- D. 0,026
- E. 0,012

8. Untuk suatu “fully discrete 20-year endowment insurance” dengan manfaat 100.000 pada (30), diberikan sebagai berikut:

- (i) $d = 0,05$
- (ii) biaya, dibayarkan pada awal setiap tahun:

	Tahun Pertama		Tahun Berikutnya	
	Persen dari Premi bruto?	Per Polis	Persen dari Premi bruto?	Per Polis
Pajak	4%	0	4%	0
Komisi Agen	35%	0	2%	0
Biaya Maintenance	0%	250	0%	50

- (iii) Premi netto adalah 2.143

Hitunglah premi bruto menggunakan prinsip “equivalence”

- A. 2.408
- B. 2.530
- C. 2.800
- D. 3.130
- E. 3.280

9. Sepasang suami-istri usia 55 dan 50, dengan *independent future lifetimes*, diberikan sebagai berikut:

- (i) *Force of mortality* pada usia 50 adalah $\mu_{50+t} = \frac{1}{50-t}$, untuk $0 \leq t < 50$
- (ii) *Force of mortality* pada usia 55 adalah $\mu_{55+t} = 0,04$, untuk $t > 0$
- (iii) Untuk *single* premi sebesar 60, sebuah perusahaan asuransi menerbitkan sebuah polis yang membayarkan manfaat sebesar 100 pada saat kematian pertama kali dari (55) dan (50)
- (iv) $\delta = 0,05$

Hitunglah probabilitas dimana perusahaan asuransi tidak mengalami kerugian pada polis tersebut: (pembulatan terdekat)

- A. 0,45 B. 0,47 C. 0,49 D. 0,51 E. 0,53

10. Diberikan sebagai berikut:

- (i) $Z(n)$ adalah “present value random variable for an n-year term insurance on a life age x ” berdasarkan yield curve sekarang.
- (ii) $E[Z(1)] = 0,014354$ dan $E[Z(2)] = 0,032308$
- (iii) “current one-year spot rate” adalah 4,50%
- (iv) $q_{x+1} = 0,02$

Hitunglah “current two-year spot rate” (pembulatan terdekat)

- A. 4,55%
- B. 4,75%
- C. 4,95%
- D. 5,15%
- E. 5,35%

11. Untuk (x) dan (y) dengan “independent future lifetimes” diberikan sebagai berikut:

- (i) $\bar{a}_x = 10,06$
- (ii) $\bar{a}_y = 11,95$
- (iii) $\bar{a}_{xy} = 12,59$
- (iv) $\bar{A}_{xy}^1 = 0,09$
- (v) $\delta = 0,07$

Hitunglah \bar{A}_{xy}^1

- A. 0,15
- B. 0,20
- C. 0,25
- D. 0,30
- E. 0,35

12. Untuk suatu “special 10-year deferred whole life annuity-due” dengan manfaat 50.000 pada (62), diberikan sebagai berikut:

- (i) “level annual benefit premiums” dibayarkan selama 10 tahun
- (ii) manfaat kematian dibayarkan saat akhir tahun kematian dan hanya diberikan selama periode penangguhan yang adalah jumlah premi manfaat tanpa bunga
- (iii) $\ddot{a}_{62} = 12,2758$
- (iv) $\ddot{a}_{62:\overline{10}|} = 7,4574$
- (v) $A_{62:\overline{10}|}^1 = 0,0910$
- (vi) $\sum_{k=1}^{10} A_{62:k|}^1 = 0,4891$

Hitunglah premi manfaat untuk “special annuity” ini (pembulatan terdekat)

- A. 34.400
- B. 34.500
- C. 34.600
- D. 34.700
- E. 34.800

13. Untuk suatu “fully discrete whole life insurance” dengan manfaat 10.000 pada (45), diberikan:

- (i) $i = 0,05$
- (ii) ${}_0L$ adalah variabel acak kerugian saat polis diterbitkan berdasarkan premi manfaat
- (iii) Jika $K_{45} = 10$, dan ${}_0L = 4.450$
- (iv) $\ddot{a}_{55} = 13,4205$

Hitunglah ${}_{10}V$, cadangan manfaat saat akhir tahun ke 10 untuk asuransi ini

- A. 1.010
- B. 1.460
- C. 1.820
- D. 2.140
- E. 2.300

14. Suatu asuransi seumur hidup pada (x) dengan manfaat 1 dengan pengembalian dari “*net single premium*” tanpa bunga pada saat kematian. Diberikan:

- (i) $\mu_{x+t} = 0,01$ for $t > 0$
- (ii) $\delta = 0,03$

Hitunglah “*net single premium*”

- A. 1/2
- B. 1/3
- C. 1/4
- D. 1/5
- E. 3/4

15. Untuk dua “fully continuous whole life insurance policies” pada (x) , diberikan sebagai berikut:

- (i) Polis A: Manfaat Kematian 1 ; rate premi tahunan 0,10 ; Variansi dari nilai sekarang kerugian dimasa depan saat $t = 0,455$
- (ii) Polis B: Manfaat Kematian 2 ; rate premi tahunan 0,16
- (iii) $\delta = 0,06$

Hitunglah variansi dari nilai sekarang kerugian dimasa depan saat t untuk polis B (pembulatan terdekat)

- A. 0,9
- B. 1,4
- C. 2,0
- D. 2,9
- E. 3,4

16. Diberikan:

- (i) Kematian berdistribusi seragam untuk setiap tahun usia
- (ii) $i = 0,10$
- (iii) $q_x = 0,05$
- (iv) $q_{x+1} = 0,08$

Hitunglah $\bar{A}_{x:\overline{2}|}^1$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,103 B. 0,108 C. 0,111 D. 0,114 E. 0,119

Informasi untuk no 17 dan 18

Suatu “*fully discrete 2-payment, 3-year term insurance*” dengan manfaat kematian 10.000 pada (x) diberikan :

- (i) $i = 0,05$
- (ii) $q_x = 0,1 \quad q_{x+1} = 0,15 \quad q_{x+2} = 0,20$
- (iii) Kematian adalah satu-satunya *decrement*
- (iv) Biaya yang dibayarkan pada saat awal tahun adalah:

Tahun Polis	Per Polis	Per 1.000 dari manfaat kematian	Per 100 dari <i>gross premium</i>
1	25	4,5	20
2	10	1,5	10
3	10	1,5	-

- (v) Biaya tambahan yang dibayarkan pada akhir tahun saat terjadi kematian adalah sebesar 20 per polis ditambahkan 1 per 1.000 dari manfaat kematian
- (vi) G adalah *gross premium* tahunan untuk asuransi ini
- (vii) *Net single premium* untuk asuransi ini adalah 3.499

17. Hitunglah nilai dari expected *present value* dari biaya (tidak termasuk biaya tambahan) pada saat issue (polis terbit) dalam bentuk G. (pembulatan terdekat)

- A. $101,9 + 0,286G$
- B. $108,8 + 0,286G$
- C. $119,3 + 0,286G$
- D. $182,2 + 0,286G$
- E. $546,8 + 0,286G$

18. Hitunglah G dengan menggunakan prinsip ekuivalen (pembulatan terdekat)

- A. 1.597 B. 2.296 C. 2.303 D. 2.343 E. 2.575

19. Jika T_x dan T_y adalah saling bebas, hitunglah nilai dari ${}_2|q_{xy}$ diberikan: (pembulatan terdekat)

$$q_x = 0,08 \quad q_{x+1} = 0,09 \quad q_{x+2} = 0,10$$

$$q_y = 0,10 \quad q_{y+1} = 0,15 \quad q_{y+2} = 0,20$$

- A. 0,10
- B. 0,14
- C. 0,18
- D. 0,20
- E. 0,24

Informasi untuk nomor 20 sampai 22

Suatu unit “continuously-operating air conditioning” mempunyai “exponential lifetime distribution” dengan nilai rata-rata 4 tahun. Ketika unit rusak, harus diganti dengan biaya 1.000, yang dianggap sebagai satu unit uang. Misalkan \bar{Z} adalah nilai sekarang dari variabel acak untuk pembayaran unit saat waktu gagal. Gunakan “effective annual interest rate” dari 5%.

20. Hitunglah $E[\bar{Z}]$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,35
- B. 0,47
- C. 0,53
- D. 0,62
- E. 0,84

21. Hitunglah $\text{Var}[\bar{Z}]$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,010
- B. 0,012
- C. 0,014
- D. 0,016
- E. 0,019

22. Hitunglah “90th percentile” dari distribusi \bar{Z} (pembulatan terdekat)

- A. 0,45
- B. 0,56
- C. 0,67
- D. 0,79
- E. 0,98

23. Perusahaan Anda menerbitkan polis asuransi anuitas seumur hidup (*whole life annuities*) kepada sebuah kelompok yang memiliki umur 70 tahun. Untuk setiap polis, anda diberikan:

- i. Pembayaran anuitas sebesar 2.000 setiap akhir tahun
- ii. Premi tunggal gross (*single gross premium*) adalah 26.600
- iii. Keuntungan (*Profit*) berdasarkan cadangan *gross premium* (*gross premium reserve*)
- iv. Cadangan *gross premium* pada akhir tahun ke 10 adalah 8.929,18 per polis
- v. Biaya dibayarkan setiap akhir tahun untuk setiap pemegang polis yang tidak meninggal dalam tahun tersebut

Pada tahun ke 11, antisipasi (*anticipated*) dan aktual *experience* adalah sebagai berikut:

- a) 1.000 polis *inforce* di awal tahun ke 11
- b) Tabel aktual dan antisipasi:

	Antisipasi (<i>anticipated</i>)	Aktual (<i>actual</i>)
<i>Mortality</i>	$q_{80} = 0,11$	200 kematian
<i>Interest</i>	$i = 0,03$	$i = 0,04$
<i>Expenses</i>	30 per polis	35 per polis

Untuk tahun ke 11, anda menghitung keuntungan (*gain*) karena bunga (*interest*) sebelum menghitung keuntungan (*gain*) dari sumber lain.

Hitunglah keuntungan karena bunga (*interest*) pada tahun ke 11

- A. 87.560
- B. 87.902
- C. 88.435
- D. 88.880
- E. 89.292

24. Untuk sebuah tabel *double decrement*, anda diberikan:

- i. $q_x^{(1)} = 0,1$
- ii. $q_x^{(2)} = 0,2$
- iii. Setiap *decrement* adalah berdistribusi seragam (*uniform distribution*) di setiap tahun usia dalam hubungannya dengan tabel *single dcerement*

Hitunglah $q_x^{(1)}$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,0895
- B. 0,0915
- C. 0,0935
- D. 0,0955
- E. 0,0975

25. Karyawan di perusahaan ABC bisa berstatus:

State 0: Karyawan tidak eksekutif

State 1: Karyawan eksekutif

State 2: Karyawan yang diberhentikan

John bergabung dengan perusahaan ABC sebagai karyawan tidak eksekutif pada usia 30 tahun.

Anda diberikan:

- i. $\mu^{01} = 0,01$ untuk setiap tahun pelayanan
- ii. $\mu^{02} = 0,006$ untuk setiap tahun pelayanan
- iii. $\mu^{12} = 0,002$ untuk setiap tahun pelayanan
- iv. Karyawan eksekutif tidak pernah kembali menjadi karyawan tidak eksekutif
- v. Karyawan yang diberhentikan tidak pernah kembali dipekerjakan
- vi. Probabilitas bahwa John hidup sampai umur 65 tahun adalah 0,9 tanpa menghiraukan state

Hitunglah probabilitas bahwa John akan menjadi karyawan eksekutif dari perusahaan ABC pada usia 65 tahun.

- A. 0,232 B. 0,245 C. 0,258 D. 0,271 E. 0,284

26. Untuk suatu "20 tahun temporary life annuity due" dari manfaat 100 per tahun pada usia (65), diberikan:

- (i) $\mu_x = 0,001x$, $x \geq 65$
- (ii) $i = 0,05$
- (iii) Y adalah *present value* variabel acak untuk anuitas ini

Hitunglah probabilitas bahwa Y kurang dari 1000 (pembulatan terdekat)

- A. 0,54 B. 0,57 C. 0,61 D. 0,64 E. 0,67

27. Pada 1 Januari, sebuah perusahaan asuransi menerbitkan 10 polis “one-year term life insurance” pada usia x dengan *independent future lifetime*. Anda diberikan:

- (i) Setiap polis membayarkan manfaat sebesar 1.000 pada akhir tahun jika pemegang polis meninggal dalam tahun tersebut
- (ii) Setiap pemegang polis membayar premi tunggal sebesar 90
- (iii) q_x adalah sama untuk setiap pemegang polis. Dengan probabilitas 0,3, $q_x = 0,0$ untuk setiap pemegang polis. Dengan probabilitas 0,7, $q_x = 0,2$ untuk setiap pemegang polis
- (iv) $i = 0,04$

Hitunglah variansi dari *present value of future losses* yang diterbitkan pada variabel acak untuk seluruh portfolio (pembulatan terdekat). Hint: $\text{Var}[\text{Loss}] = E[\text{Var}(\text{Loss})] + \text{Var}(E[\text{Loss}])$

- A. 800.000
- B. 900.000
- C. 1.000.000
- D. 1.400.000
- E. 1.800.000

28. Untuk sebuah asuransi berjangka 3 tahun dengan benefit 1.000 pada usia 75, diberikan:

- i. Manfaat meninggal dibayarkan pada akhir tahun kematian
- ii. *Level premium* dibayarkan setiap awal kwartal
- iii. *Mortality* mengikuti *select and ultimate life table* dengan 2 tahun periode seleksi:

x	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	l_{x+2}	$x + 2$
75	15.930	15.668	15.286	77
76	15.508	15.224	14.816	78
77	15.050	14.744	14.310	79

Hitunglah nilai dari premi kuarteran (pembulatan terdekat)

- A. 5,3
- B. 5,5
- C. 5,7
- D. 5,9
- E. 6,1

29. Untuk sebuah asuransi diskrit berjangka 5 tahun “fully discrete 5 year term” dengan manfaat 100.000 pada usia 80 tahun, diberikan:

i. $l_{80} = 1.000$

ii.

x	l_x	d_x
83	920	50
84	870	60

iii.

Time to maturity	Annual spot rate
1	0,04
2	0,04
3	0,04
4	0,05
5	0,06

iv. Nilai berikut dihitung pada $i = 0,04$

$$\ddot{a}_{80:\overline{5}|} = 4,3868$$

$$A_{80:\overline{5}|}^1 = 0,1655$$

Hitunglah manfaat premi tahunan untuk asuransi tersebut (pembulatan terdekat)

- A. 3.660
- B. 3.680
- C. 3.700
- D. 3.720
- E. 3.740

30. Diberikan:

a) “select and ultimate life table” dengan periode seleksi 2 tahun:

x	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	l_{x+2}	$x + 2$
50	99.000	96.000	93.000	52
51	97.000	93.000	89.000	53
52	93.000	88.000	83.000	54
53	90.000	84.000	78.000	55

b) Kematian berdistribusi seragam di sepanjang tahun usia

Hitunglah $10.000 \cdot {}_{2,2}q_{[51]+0,5}$ (pembulatan terdekat)

- A. 705
- B. 709
- C. 713
- D. 1.070
- E. 1.074
